



研究論文

智慧型復健機械手臂控制器設計

段伴虬¹ *陳聰堅¹ 李永隆²

¹南開科技大學 福祉科技與服務管理系(所)

²國防大學 動力及系統工程學系

摘要

隨著高齡化社會的來臨，機器人將被廣泛應用於照護服務範疇上，做為復健輔具用途時，常面臨複雜的控制問題。本文結合智慧型輸入估測法與線性二次調節器控制技术提出智慧型復健機械手臂控制器設計，此設計具備動態負載估測能力及強健性能的控制系統，復健機械手臂系統在面臨未知系統變異與外界動態負載輸入的狀況下仍能保持高性能的控制效益。以下肢復健機械手臂關節控制系統為研究對象，在無力矩感測元件進行負載估測，經由模擬驗證結果，智慧型輸入估測法能有效估算及掌握動態負載狀況；線性二次調節器控制理論則具有對系統參數變動的靈敏度低及抗外來高頻負載干擾之特性，可提升控制器的控制性能，患者將獲得更舒適的復健過程。

關鍵詞：復健機械手臂、輸入估測法、線性二次調節器

1. 前言

高齡化社會來臨，急性腦血管疾病及脊椎病變等慢性病患逐年有增加的趨勢，如何利用各種科技輔具讓高齡者仍能健康、舒適、安全的享受生活，為福祉科技意涵之一。慢性病患者往往伴隨著下肢癱瘓與肌力不足等症狀，需長時間復健醫療，因此復健輔具扮演重要的角色。使用復健輔具的目的有以下三項：(1)協助使用者克服生活或行動上的障礙，不必求助於他人；(2)減少家屬照顧的時間及負擔，提高居家照護的意願；(3)利用輔具在家療養，可節省醫療成本(Davis & Kirkland, 1988)。因此，隨著「社會福利」和「福利服務」的概念慢慢擴大和延伸，也提升了復健輔具的重要性。

復健輔具機構可區分為閉迴路機構與開迴路機構，閉迴路機構具有較佳的定位能力與剛性，運用較為廣泛，其中以美國 Sammons Preston 公司所生產的膝關節連續被動式復健儀(kinetec CPM)與德國 ORMED GmbH 所生產的髖關節與膝關節連續被動式復健儀(ARTROMOT -K2/-K2 PRO)最具代表性(Beny & Griesmar, 2002)。閉迴路機構的運動自由度較低，因此所能執行的復健動作種類

與工作空間範圍也將受到較大的限制，部份關節鬆動術的動作無法實施(Carolyn & Colby, 2002)。由於人體四肢均為開迴路機構，因此開迴路復健輔具較能滿足復健時所需運動自由度與工作空間範圍。開迴路機構的復健輔具產品中，以日本安川電機公司與日本九州大學醫學院所共同研發的下肢復健機(therapeutic exercise machine LX2)與台灣工研院開發的多功能醫療復健機(圖 1)較具代表性(Sun, et al., 2005)，此設計針對大腿與小腿同時驅動的模式來符合真實復健師所執行的復健動作。但開迴路機構使系統剛性與定位能力較差的缺點，因此在尋求較佳的復健性能同時，其所面臨自動控制問題也較為複雜。

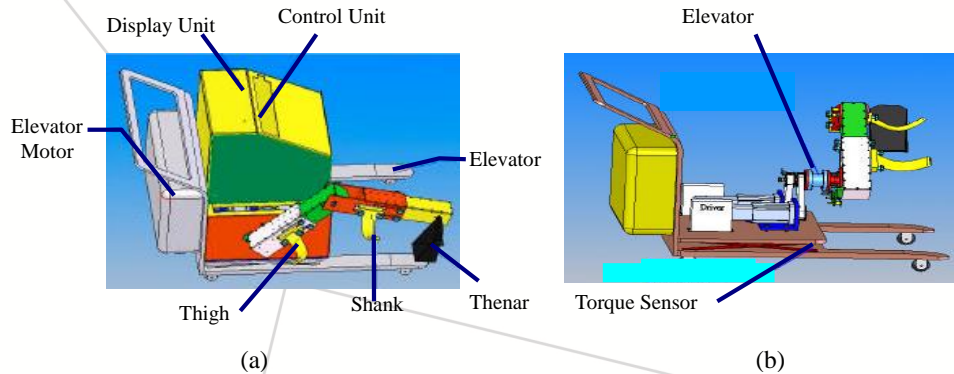


圖 1. 多功能復健機：(a)系統全圖、(b)側視圖（不含外罩）

開迴路機構之復健輔具的結構與傳統工業用機械手臂相同，但工業用機械手臂的工作環境較為單純，所執行控制的對象亦較為單一，如彈性製造單元的工具機、噴漆作業機械手臂等系統都較無須考慮工作環境變化與外力干擾問題，但醫學上所使用的復健輔具機械手臂在面臨不同型態的病患就常會有不同的刺激反應，若未能掌握病患與機械間的作用力狀況，並適當回饋至控制系統中進行適應性的調整，將會讓病患無法獲得舒適的復健效果(Sun, et al., 2005)。因此，如何提昇復健機械手臂系統的動態負載估算能力與設計具強健控制效能的控制器來確保復健輔具性能是重要的。

現行多數機械手臂系統在控制上解決力回饋問題的作法可區分為力矩感測元件進行負載力的量測(Takesue, 2006)，以及運用系統輸出狀態來進行負載估算的無感測器估算法則(Du, et al., 1990; Eom, et al., 2001; Rajashekara & Kawamura, 1994; Chen, 2004)。使用力矩感測元件來量測外力雖直接可獲得負載情形，但力矩感測元件價格昂貴使得降低其經濟效益。在無需力矩感測器的外力負載估算技術上，最廣泛運用的估算法則為干擾觀測器(Eom, et al., 2001; Chen, 2004)，此是依據系統的位置、速度與加速度的輸出數據來估算系統的外力負載輸入，但未考慮量測誤差、系統模式誤差與量測雜訊問題，因此較無法獲得精確的外力負載估算結果。此外，系統的加速度輸出難以由量測獲得，通常是對位置及速度予以微分計算後才能得到，然而若未考慮量測誤差及雜訊干擾情形，其微分結果更降低其精確性。(Terörde & Belmans, 2001)提出以卡爾曼濾波法則來進行狀態估測來避免上述之問題，但系統輸入未知也無法精確性估算出系統狀態。因此，如何在考慮系統模式誤差與量測誤差的狀況下，運用系統可量測之輸出來觀測外力對伺服系統所產生的動態負載，用以協助伺服控制系統掌握力回饋的問題是重要的。(Chen, et al., 2007)結合卡爾曼濾波器(Kalman filter,

KF)與遞迴式最小平方法(recourse least square estimation method, RLSE)所發展之輸入估測法(input estimation, IE) (Tuan, et al., 1997)，結合滑動模式控制法則(sliding mode)在面對此議題上提供一個理想的解決方案。

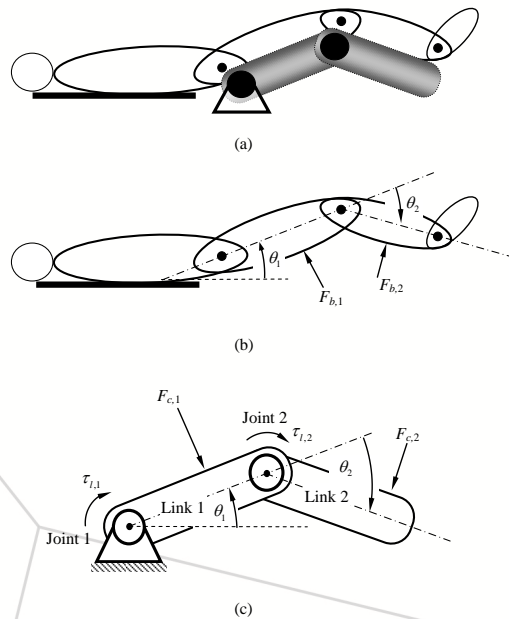


圖 2. 下肢復健機器手臂系統架構圖：(a)下肢復健機示意圖、(b)人體下肢受力圖、(c)復健機受力圖

在抑制隨機動態負載與外在環境干擾的問題上，傳統線性控制法則較難維持強健的控制性能。因此，不同形式的控制法則相繼的被提出，如(Milosavljevic, 1985)內部強化模式控制法(enhanced internal model control, EIMC)與(Hovalcimyan, et al., 2006)強健內迴路補償法(robust internal loop compensator, RILC)等。但 EIMC 與 RILC 等方法均屬高階與高增益的控制法則，在工程應用上較不易實現。而基於最佳控制理論的線性二次型控制法則，可在系統及環境不確定性因素的干擾下仍可維持相當程度的控制性能，且其控制架構在工程上較易於實現。因此在解決伺服系統所面臨的複雜環境與外力作用下，已廣泛的用於機器手臂的控制問題上。

本文結合智慧型輸入估測法與線性控制技術(linear quadratic regulator, LQR)，設計出一套具備動態負載估測及兼具強健控制能力之控制系統，並提出此控制架構之設計方法與程序，以達成復健機械手臂系統在動態負載的環境下仍能有維持高精度與高強健性的控制效益。以台灣工研院所開發的多功能醫療復健機控制系統為例，本文以不同大小與頻率的動態負載來驗證輸入估測法對於機械手臂系統負載估測的性能，並以撓性軸機械手臂關節的控制方式推導出含負載輸入項的滑動控制輸入演算式，最後在不同負載型態之輸入條件下予以驗證控制系統的效益。

2. 問題描述

圖 2(a)為下肢復健機的示意圖，此機構亦可視為二連桿機械手臂(Chen, et al., 2007)。復健機同時對大腿與小腿同時施力(如圖 2(b)所示)，大腿與小腿同時也會施反作用力於復健機上(如圖 2(c)所示)。若不考慮外力作用時，此二連桿機械手臂的運動方程式如(1)-(2)式為

$$\tau_{l,1} = d_{11}\ddot{\theta}_1 + d_{12}\ddot{\theta}_2 + c_{12}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + c_{21}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_1 + c_{22}\dot{\theta}_2^2 + \phi_1, \quad (1)$$

$$\tau_{l,2} = d_{21}\ddot{\theta}_1 + d_{22}\ddot{\theta}_2 + c_{11}\dot{\theta}_1^2 + \phi_2, \quad (2)$$

其中 $d_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_2(l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos \theta_2) + I_1 + I_2$, $d_{12} = d_{21} = m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos \theta_2) + I_2$,

$$d_{22} = m_2 l_{c2}^2 + I_2, \quad c_{12} = c_{21} = c_{22} = -m_2 l_1 l_{c2} \sin \theta_2, \quad c_{11} = m_2 l_1 l_{c2} \sin \theta_2,$$

$$\phi_1 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1)g \cos \theta_1 + m_2 l_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2), \quad \phi_2 = m_2 l_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2).$$

由(1)與(2)式可知二連桿機構為非線性系統，若考慮復健機為撓性軸機器手臂系統，在大腿與小腿所產生的外力作用下，其系統機構受力狀況會如圖 3(a)所示。本文採關節控制方式對其機械手臂進行控制，其關節自由體如圖 3(b)所示。若考慮將機器手臂運動對關節所產生的負載 $\tau_{l,i}$ 與外力 $F_{d,i}$ 對關節所產生的負載 $\tau_{d,i}$ 視為關節系統的干擾負載輸入，則關節 1 與關節 2 的系統運動方程式如(3)、(4)式所示。

$$\text{Joint 1:} \begin{cases} J_{l,1}\ddot{\theta}_{l,1}(t) + B_{l,1}\dot{\theta}_{l,1}(t) + k_{s,1}[\theta_{l,1}(t) - \theta_{m,1}(t)] = -\tau_{ld,1}(\theta_{l,1}, t) \\ J_{m,1}\ddot{\theta}_{m,1}(t) + B_{m,1}\dot{\theta}_{m,1}(t) - k_{s,1}[\theta_{l,1}(t) - \theta_{m,1}(t)] = \tau_{m,1} \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{Joint 2:} \begin{cases} J_{l,2}\ddot{\theta}_{l,2}(t) + B_{l,2}\dot{\theta}_{l,2}(t) + k_{s,2}[\theta_{l,2}(t) - \theta_{m,2}(t)] = -\tau_{ld,2}(\theta_{l,1}, t) \\ J_{m,2}\ddot{\theta}_{m,2}(t) + B_{m,2}\dot{\theta}_{m,2}(t) - k_{s,2}[\theta_{l,2}(t) - \theta_{m,2}(t)] = \tau_{m,2} \end{cases} \quad (4)$$

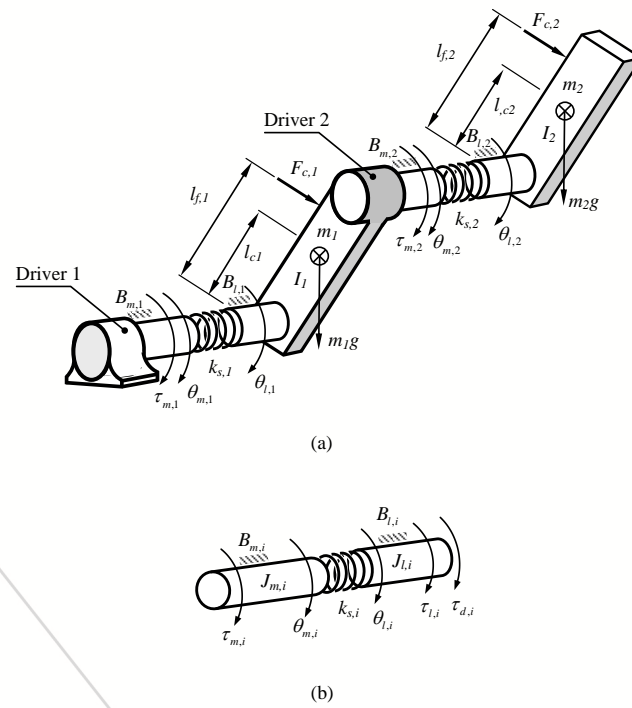


圖 3. 撓性軸復健機器手臂：(a)機構架構圖、(b)關節自由體圖

其中 i 為關節編號， $\tau_{ld,i}(\theta_{l,i}, t) = \tau_{l,i} + \tau_{d,i}$ ， $\tau_{d,1} = F_{c,1}(t)l_{f,1} + F_{c,2}(t)(l_1 + l_{f,2} \cos \theta_2)$ ， $\tau_{d,2} = F_{c,2}(t)l_{f,2}$ ， $J_{m,i}$ 為驅動端轉動慣量， $J_{l,i}$ 為負載端轉動慣量， $k_{s,i}$ 為連接轉軸之剛性係數， m_i 為機器手臂質量， l_i 為手臂長度， $l_{c,i}$ 為手臂重心至轉軸距離， $F_{d,i}$ 為手臂承受之外力， $l_{f,i}$ 為外力於手臂之力力點至關節距離， $\tau_{m,i}$ 為輸入轉矩， $\theta_{m,i}$ 為驅動器轉角， $B_{m,i}$ 為驅動軸阻尼係數， $B_{l,i}$ 為負載端阻尼係數， $\theta_{l,i}$ 為機械手臂轉角。令 $x_{1,i} = \theta_{l,i}$ ， $x_{2,i} = \dot{\theta}_{l,i}$ ， $x_{3,i} = \theta_{m,i}$ ， $x_{4,i} = \dot{\theta}_{m,i}$ ，則在考慮統系程序誤差（系統參數不確定性）的狀況下，關節的線性狀態空間表示如下

$$\dot{X}_i(t) = A_i X_i(t) + B_i u_i(t) + G_i w_i(t), \tag{5}$$

其中， $A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-k_{s,i}}{J_{l,i}} & \frac{-B_{l,i}}{J_{l,i}} & \frac{k_{s,i}}{J_{l,i}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_{s,i}}{J_{m,i}} & 0 & \frac{-k_{s,i}}{J_{m,i}} & \frac{-B_{m,i}}{J_{m,i}} \end{bmatrix}$ ， $B_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{-1}{J_{l,i}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{m,i}} \end{bmatrix}$ ， $u_i = \begin{bmatrix} \tau_{ld,i} \\ \tau_{m,i} \end{bmatrix}$ ，

G 為程序誤差輸入矩陣， w 為程序誤差。另在考慮量測誤差時，連續時間之量測方程式可表示如下：

$$Z_i = H_i X_i(t) + v_i(t), \tag{6}$$

其中 $X_{i,4 \times 1}$ 為系統狀態矩陣， $A_{i,4 \times 4}$ 為系統參數矩陣， $B_{i,4 \times 2}$ 為系統輸入矩陣， $u_i(t)_{2 \times 1}$ 為系統輸入， $H_i = I_{4 \times 4}$ 為量測矩陣， $Z_{i,4 \times 1}$ 為觀測向量。而由(4)式可知單撓性機器手臂之關節系統之輸入包含系統干擾負載輸入 $\tau_{l,i}(\theta_{l,i}, t)$ 、程序誤差輸入 w_i 與控制輸入 $\tau_{m,i}(t)$ 。在本文中，系統干擾負載輸入將由輸入估測法估算獲得，程序誤差輸入的變異量亦將由輸入估測法予以辨識，而控制輸入將由本文所提出的滑動控制器計算獲得。

假設 $G_i = B_i$ 並以取樣時間 Δt 將(5)、(6)式離散化並考慮系統程序誤差，則可得到離散化之狀態方程式及量測方程式如下：

$$X_i(k+1) = \Phi_i X_i(k) + \Gamma_i [u_i(k) + w_i(k)], \quad (7)$$

$$Z_i(k) = H_i X_i(k) + v_i(k), \quad (8)$$

式中 $\Phi_i = \exp(A_i \Delta t)$ ， $\Gamma_i = \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} \exp\{A_i[(k+1)\Delta t - \tau]\} B_i d\tau$ 。其中 $X_i(k)$ 為系統之狀態， Γ_i 是輸入矩陣， Φ_i 是狀態轉移矩陣。在考慮零均值與白色雜訊的條件下可得程序雜訊變異量 $E\{w_i(k)w_i^T(j)\} = Q_{w,i} \delta_{kj}$ 與量測雜訊變異量 $E\{v_i(k)v_i^T(j)\} = R_{w,i} \delta_{kj}$ 其中 $Q_{w,i} = Q_i \times I$ 為程序雜訊之共變異量陣(Covariance Matrix)， $R_{w,i} = R_i \times I$ 為量測雜訊之共變異量矩陣， δ_{kj} 為 Kronecker Delta 函數。

由上述說明可知，非線性之二連桿機械手臂系統可區分為二個線性且獨立的關節系統，如此可降低控制器設計的難度。另由(5)式的系統參數矩陣 A_i 可知關節系統的特性與手臂的質量與轉動慣量無關，而僅與驅動端轉動慣量 $J_{m,i}$ 、負載端轉動慣量 $J_{l,i}$ 、連接轉軸剛性係數 $k_{s,i}$ 、驅動軸阻尼係數 $B_{m,i}$ 與負載端阻尼係數 $B_{l,i}$ 等五個參數有關。因此可降低系統不確定因素的影響。因此本文即利用關節控制的方式對復健機器手臂進行控制。

3. 理論基礎

本文結合智慧型輸入估測法與線性二次調節器控制技術提出智慧型復健機械手臂控制器設計，以下將分別介紹之。

3.1 遞回式輸入估測法

由(Tuan, et. al., 1997)所發展的線上即時輸入估測法則，其原理是卡爾曼濾波器及使用遺忘因子為加權的最小平方法理論。卡爾曼濾波器是用來產生剩餘值更新序列，因為剩餘值更新序列隱含有因未知的時變輸入等所造成的系統偏移以及量測誤差所造成的隨機誤差；即時最小平方法理論則用來辨識未知的時變輸入所造成之系統偏移量以準確地估計出未知量。若考慮一系統之狀態方程式與量測方程式則無輸入項的離散型卡爾曼濾波器公式可表示如下：

$$\bar{X}(k/k-1) = \Phi \bar{X}(k-1/k-1), \quad (9)$$

$$P(k/k-1) = \Phi P(k-1/k-1) \Phi^T + \Gamma Q \Gamma^T, \quad (10)$$

$$s(k) = H P(k/k-1) H^T + R, \quad (11)$$

$$K_a(k) = \Phi P(k/k-1) H^T s^{-1}(k), \quad (12)$$

$$P(k/k) = [I - K(k)H] P(k/k-1), \quad (13)$$

$$\bar{Z}(k) = Z(k) - H \bar{X}(k/k-1), \quad (14)$$

$$\bar{X}(k/k) = \bar{X}(k/k-1) + K_a(k) \bar{Z}(k), \quad (15)$$

其中 $\bar{X}(k)$ 為狀態向量， Φ 為狀態轉移矩陣， $P(k)$ 為估測輸入向量的誤差變異量矩陣， $s(k)$ 為更新共變異矩陣， K_a 為卡爾曼濾波增益， $\bar{Z}(k)$ 為剩餘值更新序列。而輸入估測法則與遞回式最小平方估測器之關係式如下：

$$B(k) = H[\Phi M(k-1) + I] \Gamma, \quad (16)$$

$$M(k) = [I - K_a(k)H][\Phi M(k-1) + I], \quad (17)$$

$$K_b(k) = \gamma^{-1} P_b(k-1) B^T(k) [B(k) \gamma^{-1} P_b(k-1) B^T(k) + s(k)]^{-1}, \quad (18)$$

$$P_b(k) = [I - K_b(k)B(k)] \gamma^{-1} P_b(k-1), \quad (19)$$

$$\hat{u}(k) = \hat{u}(k-1) + K_b(k) [\bar{Z}(k) - B(k) \hat{u}(k-1)], \quad (20)$$

其中 $P_b(k)$ 為估測輸入向量的誤差變異量矩陣， $B(k)$ 與 $M(k)$ 為靈敏矩陣，而 $K_b(k)$ ， $s(k)$ 與 $\bar{Z}(k)$ 都由卡爾曼濾波器中獲得， γ 為指數遺忘因子，其範圍為 $0 < \gamma < 1$ 。最小平方法具有平滑數據的作用，用了指數加權 γ 會具有遺忘舊數據的作用。因此這種帶指數加權的最小平方法具有平滑與遺忘兩個作用。遺忘作用的大小取決於 γ 的取值， γ 愈小，遺忘愈快，但平滑作用也隨之降低。因此 γ 取值應兼顧平滑與遺忘的互動關係。本文使用智慧型模糊權重方法 (intelligent fuzzy weight input estimation, IFWIE) 來決定遺忘因子。

3.2 線性二次型調節器最佳化控制理論

控制系統設計的基本任務是設計一個控制器使閉迴路系統得以保持穩定和滿足特定的系統性能。在現代控制理論中最佳化控制理論所要解決的問題就是設計一個控制器使得閉迴路系統是穩定的，同時使某個性能指標達到極值。此時所設計的控制器即稱為最佳化控制器。其中性能指標的形式可根據所追求的控制目標來確定。若對誤差平方積分的目標函數 J_p 做適當的推廣，即可得到最佳控制理論中的線性二次型 (linear quadratic, LQ) 性能指標

$$J_p = \int_0^{\infty} [x^T(t) W_1 x(t) + u^T(t) W_2 u(t)] dt, \quad (21)$$

其中 $x(t)$ 為系統狀態偏差、 $u(t)$ 為控制輸入， W_1 與 W_2 為加權矩陣。控制變量二次型 $u^T(t) W_2 u(t)$ 表示對控制能量的一種限制。如果受控過程的數學模型用隨機過程模型描述，且干擾信號是高斯白色雜訊，則相對應的線性二次型最佳控制問題即稱為線性二次高斯型問題，其性能指標如下

$$J_p = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left\{ \int_0^T [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{W}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{W}_2 \mathbf{u}(t)] dt \right\}. \quad (22)$$

線性二次型調節器(linear quadratic regulator, LQR)控制理論在最佳化控制理論中佔有重要的地位。其理由在於線性二次型最佳控制問題不但可以得到閉迴路形式的解析解，且在工程實際中有其應用上的價值。因為許多工程問題都可以轉換為 LQR 最佳控制問題。此外，閉迴路控制可以提高控制精度，是控制工程師所期望的。同時，線性迴授控制也易於工程實現，此可符合本論文控制器設計的需求，亦為本論文予以引用的重要理由。

4. 控制器設計步驟

本研究需要有兩個控制器分別對關節 1 與關節 2 進行控制。由於關節系統的狀態方程式型態均相同，如式(5)所示，因此兩個關節控制器的設計流程亦相同。假設關節 1 與關節 2 的系統參數均相同，亦即其驅動端轉動慣量($J_{m,i}$)、負載端轉動慣量($J_{l,i}$)、連接轉軸剛性係數($k_{s,i}$)、驅動軸阻尼係數($B_{m,i}$)與負載端阻尼係數($B_{l,i}$)等五個參數均相同。系統的相關參數如表 1 所示(Chen, 2007)。

表 1. 系統參數表(Chen, et al., 2007)

系統	參數名稱	參數值
手臂系統	Link 1 Mass (m_1)	1.5 Kg
	Link 2 Mass (m_2)	1.0 Kg
	Length of Link 1 (l_1)	0.3 m
	Length of Link 2 (l_2)	0.2 m
	Distance of Center of Mass (l_{c1})	0.2 m
	Distance of Center of Mass (l_{c2})	0.1 m
關節系統 ($i=1,2$)	Stiffness of drive system ($k_{s,i}$)	5200 Nm/rad.
	Load Side Inertia ($J_{l,i}$)	0.15 Kg m^2
	Driver Side Inertia ($J_{m,i}$)	0.15 Kg m^2
	Load Side Viscous Coefficient ($B_{l,i}$)	0.015 Nm \times sec./rad.
	Driver Side Viscous Coefficient ($B_{m,i}$)	0.015 Nm \times sec./rad.

在結合輸入估測理論與 LQR 控制技術據以設計具備干擾輸入估測能力及強健性能的控制器架構時，必須解決(1)建立干擾輸入的估測模式；(2)辨識系統的程序誤差；(3)設計較佳的回授控制增益。以下為問題解決步驟：

步驟 1. 建立系統狀態與干擾估測模式

由式(5)的系統狀態方程式可知撓性機器手臂的系統狀態變數包含驅動器轉角(θ_m)、驅動器角速率($\dot{\theta}_m$)、手臂轉角(θ_l)與手臂角速率($\dot{\theta}_l$)等四個狀態。輸入估測法須藉由上述四個狀態

的量測值來進行演算。其中驅動器與機器手臂的轉角與角速率均可由解碼器與轉速器量測獲得。本研究針對撓性軸機器手臂系統所建立的干擾輸入估測模式如圖 4 所示。圖中 Sensor 1 與 Sensor 3 分別代表驅動端與負載端的解碼器，Sensor 2 與 Sensor 4 分別代表驅動端與負載端的轉速器。其運作模式係運用轉速器與解碼器來進行轉速與轉角的量測，並將狀態的量測結果引入輸入估測器中進行系統輸入的估算。

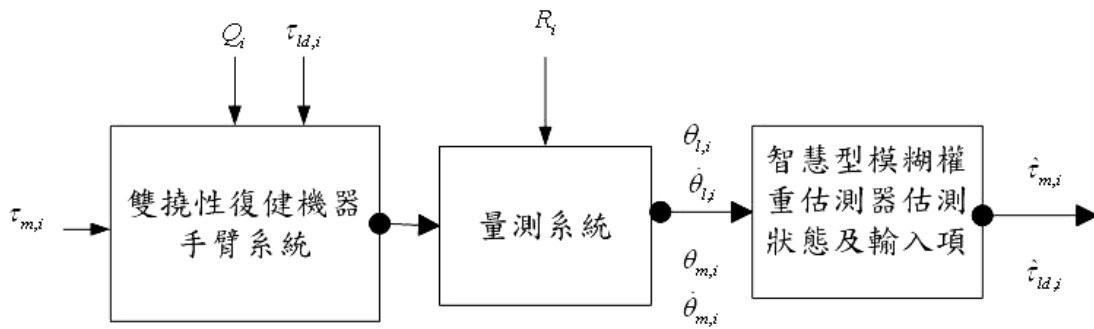


圖 4. 撓性軸機器手臂之輸入估測流程圖

步驟 2. 辨識系統程序誤差

在尋求輸入估測器的最佳估測性能時，其主要考量的因素在於能否有效掌握量測誤差變異量與系統的程序誤差變異量。量測誤差變異量可由量測儀器本身的量測精度獲得。因此，如何獲得系統的程序誤差變異量即為獲得最佳估測性能的最重要條件。由於輸入估測法具有對系統的控制輸入與干擾負載輸入同時進行估測的能力，其中控制輸入為已知且可掌握的輸入項，而干擾負載輸入為未知且確實存在的輸入項。因此，可藉由調整卡爾曼調整參數(Q/R)來觀察控制輸入的估測精度變化情形，並透過控制輸入的最佳估測精度來辨識系統的程序誤差，如此可獲得較佳的干擾負載估測精度。本研究以控制輸入($\tau_{m,i}(t) = 5 \sin t$)與外力干擾輸入($F_{d,i} = 25 \sin 4t$)為例，並以取樣時間為 $\Delta t = 0.01$ 秒，量測誤差變異為 $R = 10^{-4}$ 、 10^{-5} 與 10^{-6} 的條件下，改變卡爾曼調整參數(Q/R)並觀察輸入估測法對控制輸入 $\tau_{m,i}$ 與干擾負載輸入 $\tau_{ld,i}$ 的估測 RMSE 變化情形。

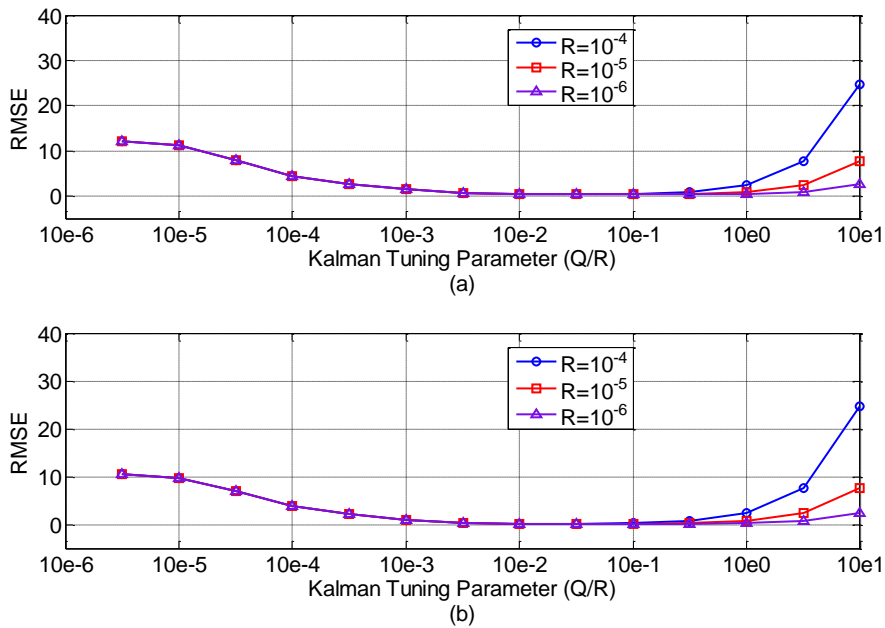


圖 5. 關節 1 干擾負載輸入估算(a)及控制輸入估算(b)之 RMSE 值變化

由圖 5 與圖 6 可知當系統程序誤差變異量介於 $Q/R = 10$ 與 $Q/R = 10^{-3}$ 之間時，無論在任何量測誤差變異量的條件下，對於控制輸入與干擾負載輸入的估算誤差並無太大的變動，此即說明系統的卡爾曼調整參數介於此範圍內可獲得較佳的估算結果。另當程序誤差變異量大於 $Q/R = 10$ 或小於 $Q/R = 10^{-3}$ 時，其控制輸入與干擾負載輸入的估算的 RMSE 同時開始增大，此可說明估測器在此卡爾曼調整參數的條件下已無法精確估算出系統的輸入。此即說明卡爾曼調整參數對控制輸入與干擾負載輸入估測精度的影響具有同步性，亦即較佳的控制輸入估測精度與較佳的負載輸入估測精度均處於相同的卡爾曼調整參數範圍內。因此，如果在確定已知的量測誤差條件下，可藉由已知的控制輸入的估算誤差值辨識系統的程序誤差變異量，即當在進行輸入估測運算時，可調整不同程序誤差變異量值來驗證控制輸入的估測精度，而當調整到某一程序誤差變異量值並可獲得最小的控制輸入估算誤差時，則此程序誤差變異量值即為系統的程序誤差變異量值。較佳的干擾負載輸入估測精度亦可同時獲得。在觀察以量測誤差變異量 $R = 10^{-6}$ 與程序誤差變異量 $Q = 10^{-5}$ ($Q/R = 10$) 對撓性軸機器手臂系統的干擾負載輸入與控制輸入的估算結果，如圖 7 與 8 所示，可知，輸入估測法可有效估算出系統的輸入。

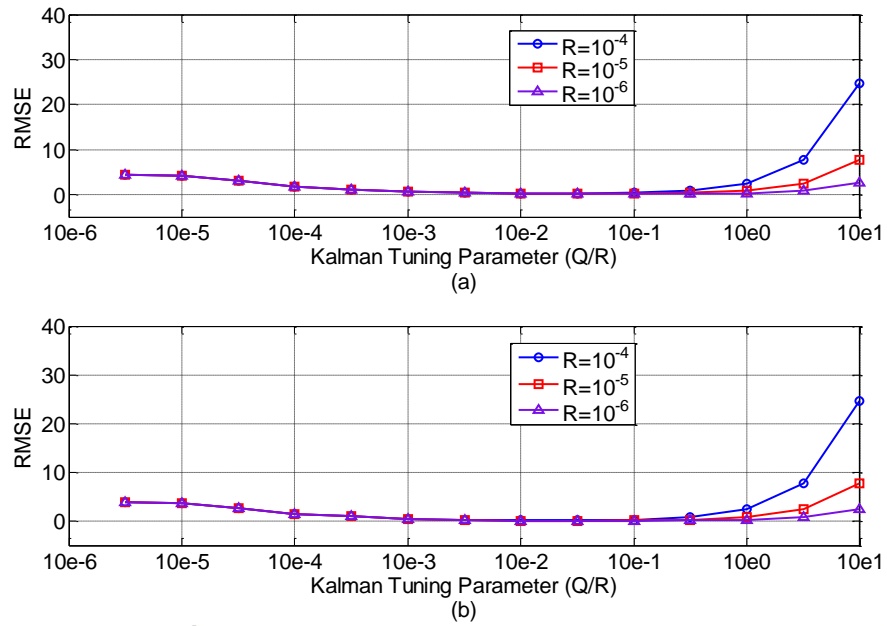


圖 6. 關節 2 干擾負載輸入估算(a)及控制輸入估算(b)之 RMSE 值變化

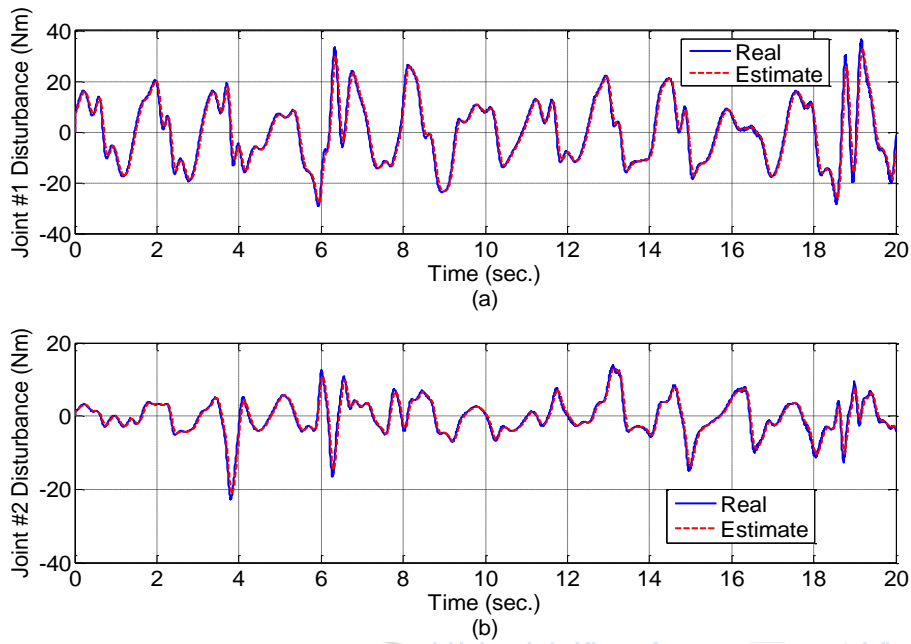


圖 7. $Q = 10^{-5}$ 、 $R = 10^{-6}$ 條件下，關節 1(a)及關節 2(b)之干擾負載輸入估算結果

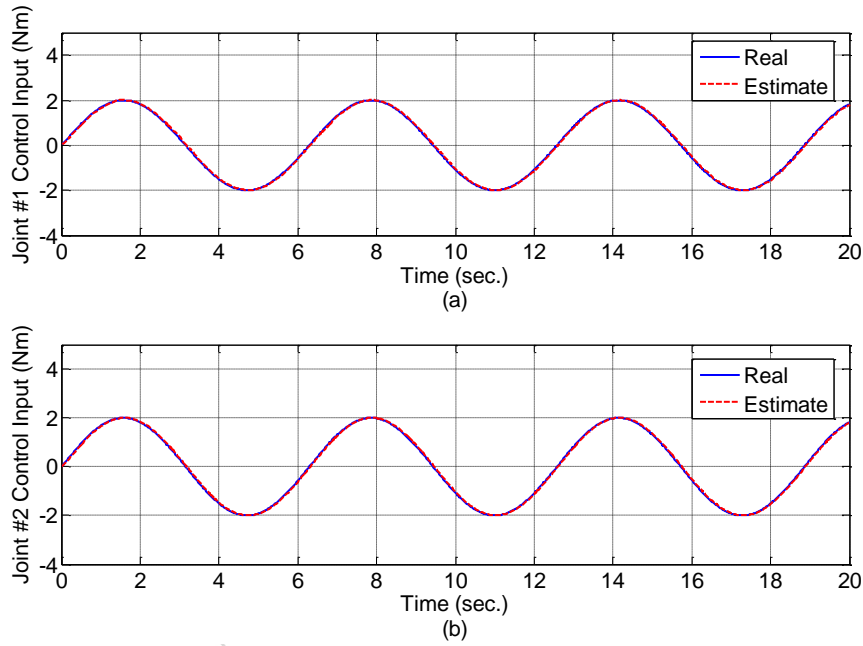


圖 8. $Q = 10^{-5}$ 、 $R = 10^{-6}$ 條件下，關節 1(a)及關節 2(b)之控制輸入估算結果

步驟 3. 調整期望之最佳控制增益

考慮(5)式的系統輸入項包含控制輸入與未知的干擾輸入，因此系統並非為單一輸入系統，此將使控制器設計過程複雜化。為簡化最佳控制器的設計問題，本研究暫不予考慮此干擾輸入項，則系統可簡化為單一輸入系統，此時系統方程式可改寫如下

$$\dot{\underline{X}}_i(t) = \underline{A}_i \underline{X}_i(t) + \underline{B}_i u_i(t), \quad (23)$$

其中 $\underline{B}_i = [0 \ 0 \ 0 \ 1/J_{m,i}]^T$ ， $u_i = \tau_{m,i}$ 。以取樣時間 Δt 將(23)式離散化則可得離散化狀態方程式

$$\underline{X}_i(k+1) = \underline{\Phi}_i \underline{X}_i(k) + \underline{\Gamma}_i u_i(k), \quad (24)$$

其中 $\underline{\Gamma}_i = \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} \exp\{\underline{A}_i[(k+1)\Delta t - \tau]\} \underline{B}_i d\tau$ 。

在設計最佳狀態回授控制增益 $\underline{K}(k)$ 時，需決定控制輸入 $u_i(k) = -\underline{K}_i(k) \underline{X}_i(k)$ 使得性能指標 J_p 為最小。本研究假設性能指標函數如下

$$J_{p,i} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N [\underline{X}_i^T(k) \underline{W}_{1,i} \underline{X}_i(k) + u_i^T(k) \underline{W}_{2,i} u_i(k)]. \quad (25)$$

依 Bryson 及 Ho 所提求解 $\underline{K}_i(k)$ 的方法可得

$$\underline{K}_i(k) = \left(\underline{W}_{2,i} + \underline{\Gamma}_i^T \underline{P}_{s,i}(k+1) \underline{\Gamma}_i \right)^{-1} \underline{\Gamma}_i^T \underline{P}_{s,i}(k+1) \underline{\Phi}_i, \quad (26)$$

其中 $P_{s,i}(k+1)$ 為離散 Riccati 方程式之解，其方程式如(27)式所示：

$$P_{s,i}(k) = \Phi_i^T \left[P_{s,i}(k+1) - P_{s,i}(k+1) \Gamma_i (W_{2,i} + \Gamma_i^T P_{s,i}(k+1) \Gamma_i)^{-1} \Gamma_i^T P_{s,i}(k+1) \right] \Phi_i + W_{1,i} \quad (27)$$

為獲得較佳的系統響應，另引入參數 α 於性能指標函數中，則性能指標函數可改寫為

$$J_{\alpha,i} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N [X_i^T(k) W_{1,i} X_i(k) + u_i^T(k) W_{2,i} u_i(k)] \alpha_i^{2k} \quad (28)$$

其中 $\alpha_i \geq 1$ 。對於離散控制系統而言， α_i 值的大小將影響最佳狀態回授增益值 $K_i(k)$ 的大小，此亦將影響回授控制系統之頻寬與靈敏度的大小。對於控制系統而言，是期望有適當的頻寬與靈敏度，俾提升系統的響應速度與抑制干擾的能力。本研究假設關節 1、2 之伺服馬達之參數均相同，因此其控制器之控制參數均相同。本步驟欲調整出適當的 α 值以獲得滿足系統性能需求的頻寬與靈敏度。為求得較好的動態控制效果，本研究選擇 $W_1 = \text{diag}(100, 100, 100, 100)$ 與 $W_2 = 1$ 的狀況下來調整 α 值，並觀察在不同大小的 α 值下，狀態回授增益與頻寬的變化情形。本研究即選定 $\alpha = 2.00$ 時所計算之增益值為系統之狀態回授增益值。

步驟 4. 控制器架構之建立

上述三個步驟已經完成系統狀態與輸入估測模式的建立、系統程序誤差的辨識與最佳狀態回授增益的調整。為建立完整的控制器架構，需再引入干擾補償機制，如此即可建構所提之 LQR+IFWIE 控制器架構，如圖 9 所示。圖中輸入估測的計算模式與圖 4 的輸入估測模式相同。而輸入估測器所獲得的干擾輸入估算結果可為干擾補償器所用。由此可知結合輸入估測法與 LQR 最佳控制理論所建構的控制器可充分運用各系統的特性。

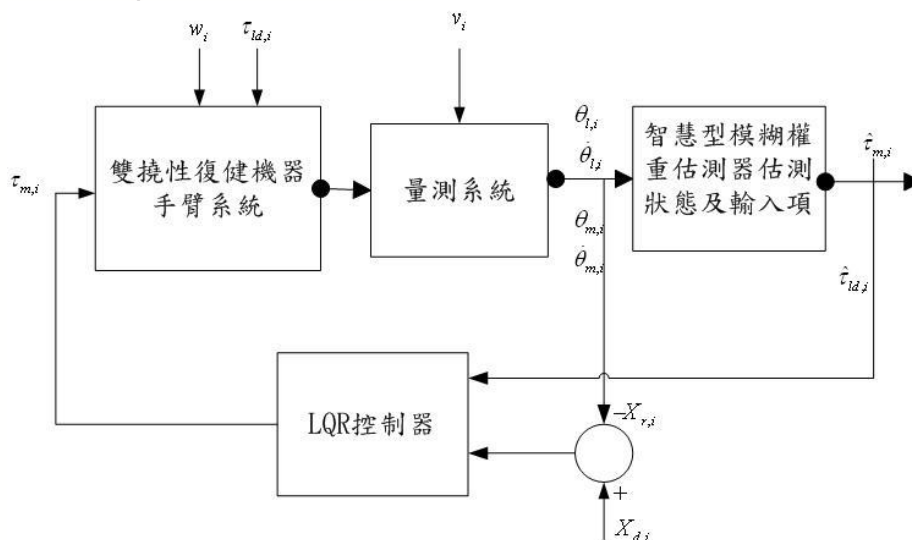


圖 9. 結合智慧型模糊權重估測法(IFWIE)與 LQR 控制系統方塊圖

表 2. 關節 1 於不同控制器型態之追蹤控制之 RMSE 值

外力干擾(N)	控制器型式	
	LQR	LQR+IFWIE
$F_{d,i}=10\sin t$	1.6624	0.0141
$F_{d,i}=10\sin 5t$	1.1823	0.0139
$F_{d,i}=10\sin 20t$	1.0458	0.0139
$F_{d,i}=30\sin t$	2.4132	0.0112
$F_{d,i}=30\sin 5t$	1.3482	0.0225
$F_{d,i}=30\sin 20t$	1.1212	0.0225
$F_{d,i}=50\sin t$	4.1373	0.0239
$F_{d,i}=50\sin 5t$	1.4405	0.0344
$F_{d,i}=50\sin 20t$	1.1394	0.0334

表 3. 關節 2 於不同控制器型態之追蹤控制之 RMSE 值

外力干擾(N)	控制器型式	
	LQR	LQR+IFWIE
$F_{d,i}=10\sin t$	0.1350	0.0355
$F_{d,i}=10\sin 5t$	0.0743	0.0248
$F_{d,i}=10\sin 20t$	0.0612	0.0249
$F_{d,i}=30\sin t$	0.2858	0.0270
$F_{d,i}=30\sin 5t$	0.1787	0.0222
$F_{d,i}=30\sin 20t$	0.0967	0.0252
$F_{d,i}=50\sin t$	0.3638	0.0165
$F_{d,i}=50\sin 5t$	0.1516	0.0169
$F_{d,i}=50\sin 20t$	0.1637	0.0169

本節即探討所提控制器在追蹤控制的控制性能，在不同大小與頻率的外力干擾輸入 $F_{d,i}$ 作用下，不同型態控制器追蹤關節 1 的期望輸出 $\theta_{1,1}(t) = 0.5\pi \sin(0.4\pi t)$ 與關節 2 的期望輸出 $\theta_{1,2}(t) = -0.5\pi \sin(0.4\pi t)$ ，其追蹤誤差的 RMSE 值如表 2 與表 3 所示。其中 LQR 為不考慮干擾負載輸入的滑動控制器，LQR+IFWIE 為考慮干擾輸入之 LQR 控制器。由表 2 與表 3 可知在不考慮干擾負載效應的 LQR 控制器，其控制性能較差；引入輸入估測法作為干擾負載觀測器的 LQR+IFWIE 控制器，則可有效提升 LQR 控制器的性能。另比較表 2 與 3 可知，因關節

1 承受較大的干擾負載，因此會有較大的追蹤誤差。圖 10 與圖 11 為關節 1 與關節 2 在 $F_{d,i} = 50\sin 20t$ 作用下，不同型態控制器的追蹤響應圖。由圖 10(a)與 11(a)可知 LQR 控制器無法有效追蹤期望輸出，其中以關節 1 的追蹤性能較差。此即說明在未使用干擾觀測器或力矩感測器來進行系統干擾輸入估測或量測時，控制器將難以獲得理想的控制性能。在引入 IE 作為干擾輸入觀測器後，由圖 10(b)與圖 11(b)可知 LQR+IFWIE 控制器可有效追蹤期望的輸出。

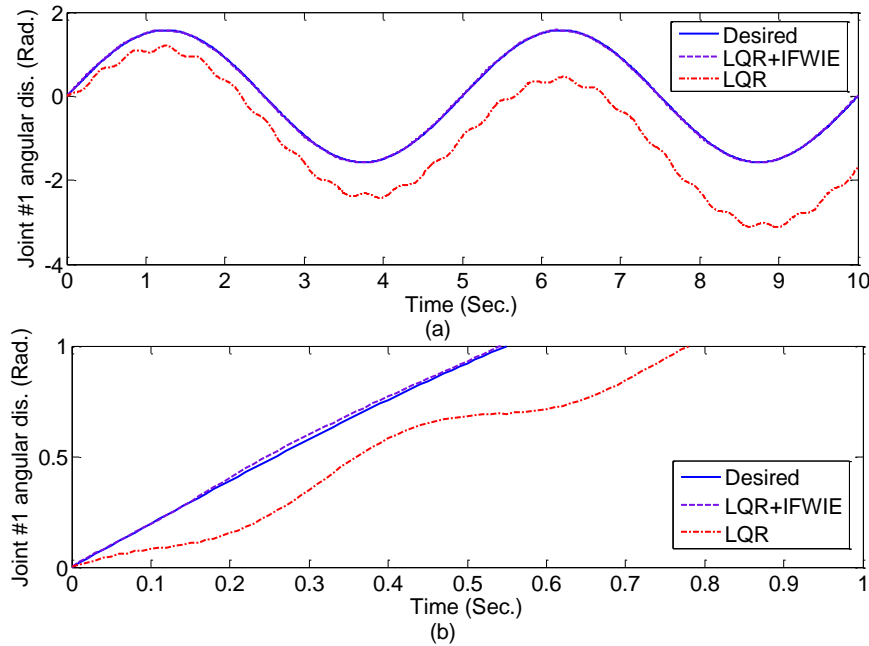


圖 10. 關節 1 於不同控制器型態的追蹤控制響應比較圖；(a)全程響應圖，(b) 0~1 秒放大圖

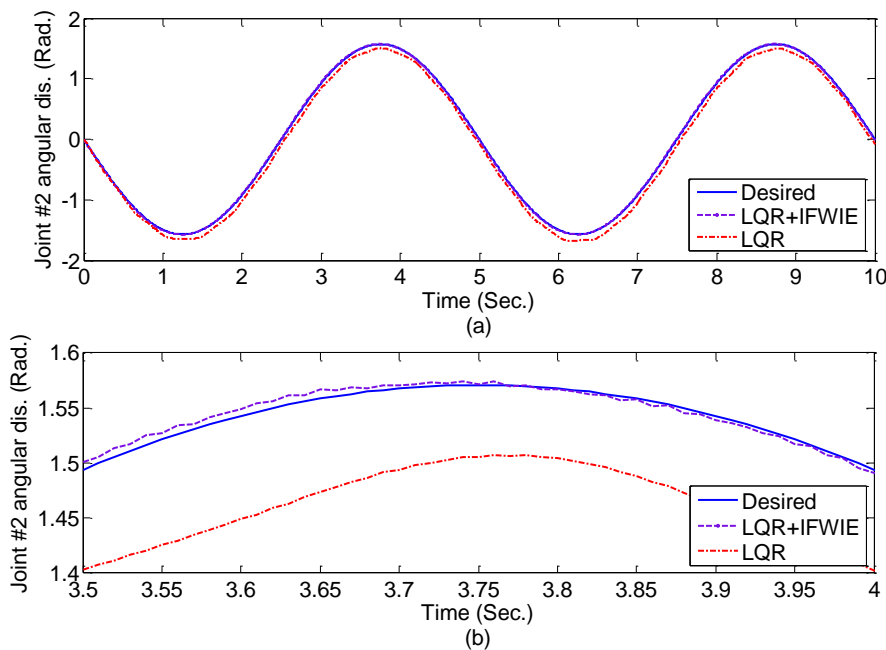


圖 11. 關節 2 於不同控制器型態的追蹤控制響應比較圖；(a)全程響應圖，(b) 3.5~4.0 秒放大圖

5. 結論

本文提出具智慧型模糊權重輸入估測法結合 LQR 控制理論的控制器設計步驟與方法，運用於解決二連桿復健機器人的控制問題。由模擬結果證明所建構的控制器具備干擾輸入估測能力及強健的控制性能，可解決復健機械手臂在面臨未知的系統變異與外界干擾輸入的狀況下仍能保持高性能之控制效益。此外亦驗證本法可有效取代力矩感測器的性能，可降低復健機器人的製造成本，未來可將本文所建構的控制器架構運用於解決各類型的醫療輔具的控制問題，除可讓病患獲得舒適的復健療程外，亦可降低各型醫療輔具的製造成本，有助於輔助科技的推展。

參考文獻

1. Beny, L., & Griesmar, R. (2002). *Device for Producing Continuous Passive Motion*. U.S. Patent No. 0045844.
2. Milosavljevic, C. (1985). General condition for the existence of a quasissliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems. *Automatic remote control*, 44, 307-314.
3. Carolyn, K., & Colby, L. A. (1996). *Therapeutic exercise: Foundations and techniques*, F. A. Davis Company; 4th edition (January 2002), 25-27.
4. Davis, L. J., & Kirkland, M. (1998). *The role of occupational therapy with the elderly*, American Occupational Therapy Assn; 2nd edition (June), 145-146.
5. Du, T., Vas, P., Stronach A. F., & Bydys, (1990). Application of Kalman Filter and Extended Luenberger Observer in Induction Motor Drives, *Intelligent Motion Proceedings*.
6. Eom, K. S., Suh, I. H., & Chung, W. K. (2001). Disturbance observer based path tracking control of robot manipulator considering torque saturation. *Mechatronics* 11(3), 325-343. doi:10.1016/S0957-4158(00)00021-0
7. Rajashekara, K. S., & Kawamura, A. (1994). Sensorless control of permanent magnet AC motors. *IEEE IECON proceeding*, 3, 1589-1594. doi:10.1109/IECON.1994.398051
8. King, B. B., Hovakimyan N., Evans, K. A., & Buhl, M. (2006). Reduced order controllers for disturbed parameter systems: LQG balanced truncation and an adaptive approach. *Mathematical and computer modeling*, 43(9-10), 1136-1149. doi:10.1016/j.mcm.2005.05.031
9. Tuan, P. C., Lee, S. C., Hou, & W. T. (1997). An efficient on line thermal input estimation method using kalman filter and recursive least square algorithm. *Inverse problems in engineering*, 5(4), 309-333. doi:10.1080/174159797088027665
10. Terörde G., & Belmans R. (2001). *Improved Control of Induction Motor Derives Without a Shaft Sensor*. Graz, Austria.
11. Takesue, N., Furusho, J., & Fujinaga, K. (2006). Control using joint torque sensor of robot arm with two-inertia resonance: Comparison with control using state-estimation observer, *Electrical engineering in Japan*, 156(2), 75-84. doi:10.1002/eej.20226
12. Chen, T. C., Tuan, P. C., Lee, Y. L., & Tuan, P. N. (2007). *Based on Genetic Algorithm and Input Estimation Approach to Design a Variable Structure Controller for Auxiliary Rehabilitation Robot*. International Conference on Gerontic Technology and Service Management, Taiwan.

13. Chen, W. H. (2004). Disturbance observer based control for nonlinear systems. *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, 9(4), 706-710. doi: 10.1109/TMECH.2004.839034

Design a controller for Intelligent Rehabilitation Robot Arm

P-C. Tuan, T-C. Chen, W-L. Lee

Abstract

With the advent of an aging society, robots will be widely used in the context of care services and the functional requirements of robots as rehabilitation aids will face complex control problems. Therefore, improved smart rehabilitation robot arm controller design is necessary. In this paper, a combination of an intelligent input estimation method and linear quadratic regulator (LQR) control technology is used to design robot arms systems with dynamic load estimation capability and robust performance of the control system to address the need for a rehabilitation robot arm system to maintain high-performance and effective control in the face of unknown variations in the system dynamic load from the outside world. A lower limb rehabilitation robot arm joint control system can be thought of as an example. The intelligent input estimation method can effectively estimate and grasp the dynamic load conditions based on the validation results of the simulation which allows accurate load estimation without torque sensing equipment. LQR control theory is not overly sensitive to changes in system parameters and exhibits the ability to deal with foreign high-frequency disturbances; this improves the performance of the controller and its ability to maintain adequate control so the patients will become more comfortable during the rehabilitation process.

Keywords: Rehabilitation robot arm, Input estimation method, Linear quadratic regulator

